

خطریه زبانها:

میانگرم ۲ نمره

پایانگرم ۱۲ نمره

نمودنیات ۲ نمره

کتاب مرجع: مقدمه‌ای بر خطریه زبان ها و ماشین ها

مترجم: دکتر عبدالحسین صراخ زاده

انتشارات خاخوس

کتاب مکمل: خطریه زبان ها و ماشین ها - هندس کامپیوتر - کارشناسی ارشد

نگارش: مهدی جیل عاملی

فصل اول:

۱-۲ گرامرها و زبانها

الفبای زبان: مجموعه‌ای محدود از علائم و نشانه‌هاست
علامت الفبااز قرار دادن علائم و نشانه‌های الفبایی رسته، یا **string** ساخته می‌شود که به معنی رسته‌های آن الفبا قابل تعریف است

اندازه رسته (طول)

مثال $\Sigma = \{a, b\}$ $S_1 = ab$ $|S_1| = 2$ $S_2 = ba$ $|S_2| = 2$ $S_3 = aabba$ $|S_3| = 5$

۱ رسته‌ای است به طول صفر که بدوی هر الفبایی قابل تعریف است

 $| \lambda | = 0$

امثال: عمل باز بر روی رشته ها:

① عمل الحاق یا اتصال (Concatination)

$$u \cdot v = uv$$

$$|uv| = |u| + |v|$$

مثال: $u = ab$
 $v = bba$

$$\Rightarrow u \cdot v = abbb a$$

① عمل الحاق خاصیت تباین دارد: $u = ab$
 $v = bba \Rightarrow u \cdot v \neq v \cdot u$
 $abbb a \neq bbaab$

② عضو خنثی عمل الحاق λ : $\lambda \cdot u = u \cdot \lambda = u$

③ عمل الحاق خاصیت شرکت پذیری دارد: $\Sigma = \{a, b, c\}$
 $u = ac$
 $v = ba$
 $w = c$

$$u \cdot (w \cdot v) = (u \cdot w) \cdot v = ac c ba$$

④ معکوس رشته (Reverse)

$$u = (abc)^R = cba$$

① عمل معکوس روی شرکت پذیری اثر ندارد

$$(u \cdot v)^R \neq u^R \cdot v^R$$

$$(u \cdot v)^R = v^R \cdot u^R$$

مثال: $u = ab$
 $v = cb$

$$\Rightarrow u \cdot v = (abcb)^R = (bcba)$$

$$u^R \cdot v^R = bacb$$

$$v^R \cdot u^R = bcba$$

(۱۳) خوان رشته $(u)^n$: الحاق یا اتصال n مرتبه رشته با خودش

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$u = abb$$

$$u^0 = \lambda$$

$$u^1 = u = abb$$

$$u^2 = u \cdot u = abbab$$

$$u^3 = u \cdot u \cdot u = abbababb$$

کوچکترین خوان یک رشته تولیدگر حلقه‌ای می‌باشد.

$$(u^R)^n = (u^n)^R$$

$$w = ab \quad \text{اثبات}$$

$$w^R = ba \Rightarrow (ba)^2 = baba$$

$$w^2 = abab \Rightarrow (abab)^R = baba$$

« Σ^n : همه رشته‌های قابل تعریف بر روی الفبای Σ به طول n »

$$\Sigma^0 : \Sigma = \{a, b\}$$

$$\Sigma^0 = \lambda$$

$$\Sigma^1 = \{a, b\}$$

$$\Sigma^2 = \{ab, ba, aa, bb\}$$

« Σ^* : همه رشته‌های قابل تعریف بر روی الفبای Σ »

$$\Sigma^* = \Sigma^0 \cup \Sigma^1 \cup \Sigma^2 \cup \dots \cup \Sigma^\infty$$

$$\Sigma^+ = \Sigma^1 \cup \Sigma^2 \cup \Sigma^3 \cup \dots \cup \Sigma^\infty$$

$$(\Sigma^+ = \Sigma^* - \lambda)$$

91, 7, 10

زبان language:

هر زبان زیر مجموعه‌ای از Σ^* است در حقیقت هر زبان مشکل از تعدادی رشته می‌باشد. زبان‌های گوناگون مجموعه محدود یا یک مجموعه نامحدود باشد.

مثال: زبان تعریف شده L بد روی الفبای a و b را در نظر بگیرید. اعضای این زبان چه رشته‌هایی هستند؟

(به جای n اعداد را می‌گذاریم تا به دست آوریم)

$$L = \{ a^n b^n \mid n \geq 0 \}$$

$$n=0 \Rightarrow S_1 = \lambda$$

$$n=1 \Rightarrow S_2 = ab$$

$$n=2 \Rightarrow S_3 = a^2 b^2 = aabb$$

نکته: چنانچه زبان تعریف شده به صورت $a^n b^m$ ، $n, m \geq 0$ می‌توان اعضای آن را به صورت $a^* b^*$ نشان داد.

2: مجموعه همه زیر مجموعه‌های Σ^* یا مجموعه همه زبان‌های Σ^*

14: تعداد رشته‌های یک زبان

عملیات خارج روی زبان ها:

① الحاق یا اتصال دو زبان:

$$L_1 \cdot L_2 = \{xy : x \in L_1, y \in L_2\}$$

الحاق ۲ زبان به صورت ضرب دکارتی دو مجموعه می باشد.

مثال: $L_1 = \{a\bar{b}, \bar{b}\}$ $L_2 = \{\bar{a}, b\}$

$$L_1 \cdot L_2 = \{ab, abb, b, b\bar{a}\}$$

② توان زبان L (L^n) الحاق n مرتبه زبان L با خودش.

$$L^0 = \lambda$$

$$L^3 = L^2 \cdot L = L \cdot L \cdot L$$

$$L^1 = L$$

$$L^2 = L \cdot L$$

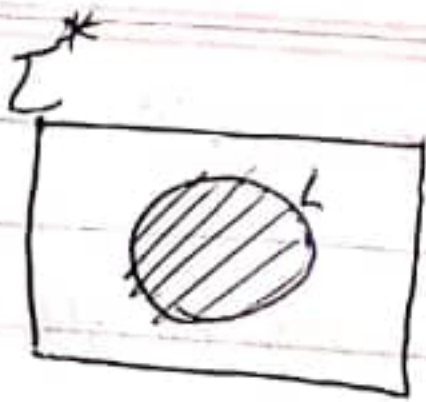
مثال: $L_1 = \{ab, b\} \Rightarrow (L_1)^2 = \{abab, abbb, babbb\}$
 $L_1 = \{ab, b\}$

مثال: زبان L به صورت زیر تعریف شده است. توان کلی این زبان را دست آورید.

$$L = \{a^n b^n : n \geq 0\} \quad L = \emptyset \quad n = 0 \Rightarrow L_1 = \lambda$$

$$(L^n) = \{a^n b^n, a^m b^m\} \Rightarrow$$

توان های فرد داشته اند مساوی است و توان های زوج می توانند متفاوت باشند.



(۱۲) مکمل (L)

$$\bar{L} = \Sigma^* - L$$

مثال، $L = \{a^n b^n : n \geq 0\}$

$$\Rightarrow \bar{L} = \{a, bb, bba, bab, bbbb, \dots\}$$

$\bar{L}$ در این مجموعه یک مجموعه نامحدود و نامنتظم می باشد.

(۱۳) معکوس زبان $(L)^R$ ، یعنی معکوس کردن تمام رشته ها

$$L = \{ba, bb, aab\} \Rightarrow (L)^R = \{ab, bb, baa\}$$

مثال: ۳ زبان A و B و C را در نظر بگیرید.

$$A = \{01, 010\} \quad B = \{1, 2\} \quad C = \{(01)^n : n \geq 0\}$$

مطلوب است که به سبب مولد زنجی.

$$AB = \{011, 012, 0101, 0102\}$$

$$CA = \{(01)^{n+1}, (01)^{n+1}0 : n \geq 0\} \Rightarrow \{(01)^m, (01)^m0 : m \geq 1\}$$

$$CAC = \{(01)^m (01)^n, (01)^m 0 (01)^n : m \geq 1, n \geq 0\}$$

$$C^R = \{(10)^n : n \geq 0\}$$

$$A^+ = A^* - \lambda$$

نکته: λ عضو دسته های یکبار و نه بار است و معنی

نکته: λ عضو دسته های یکبار و نه بار است و معنی

$$A = \{\lambda, a, b\} \Rightarrow A^+ = \{\lambda, a, b, \dots\}$$

$$A^* = \{\underbrace{\lambda}_{A^0}, \underbrace{\lambda, a, b, \dots}_{A^1}, \dots\}$$

$$\emptyset^* \neq \emptyset, \quad \emptyset^* = \lambda, \quad \lambda^* = \lambda$$

گرامرها (Grammars)

گرامر روشی برای نمایش دسته های یکبار و نه بار است.

$$G(S, V, T, P)$$

مجموعه قوانین گرامر

$\swarrow$ متغیرهای گرامر
 $\downarrow$ متغیرهای گرامر
 $\searrow$ مجموعه پایانی ها (تدوینها)

$$v \rightarrow (vut)^*$$

قانون هم

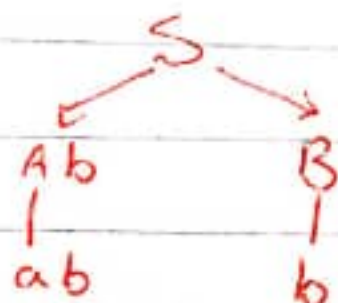
ترکیبی از متغیرها و ثابتها

متغیرها

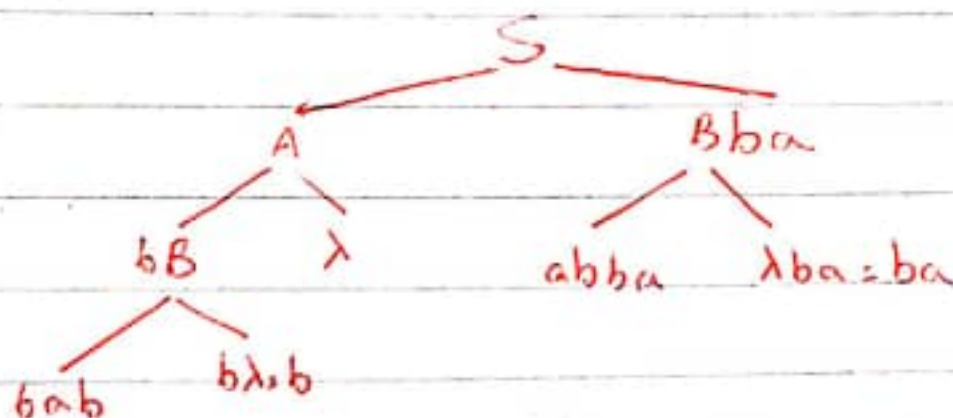
5

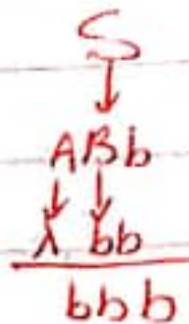
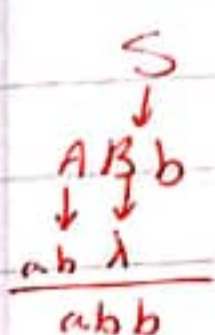
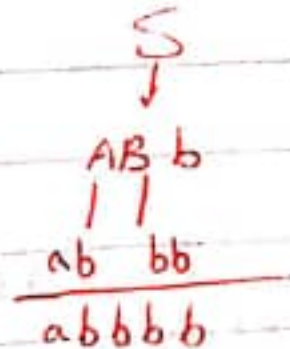
مثال: $\Sigma = \{a, b\}$ $L = \{ab, a\}$ $b \rightarrow ?$ $S \rightarrow Ab/B$ $A \rightarrow a$ $B \rightarrow b$

P

مجموعه قوانین
گرامر $G = (S, \{S, A, B\}, \{a, b\}, P)$ $L(G) = \{$ 

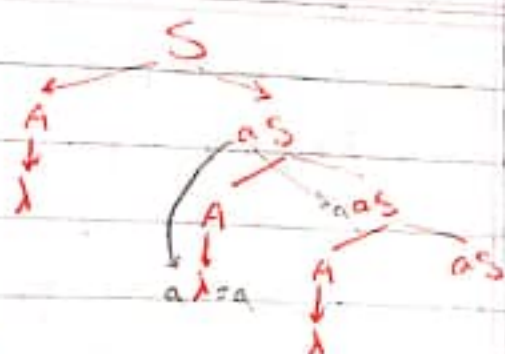
مثال: برای هر یک از گرامرهای داده شده زبان معادلی بنویسید.

$$G_1 \begin{cases} S \rightarrow A/Bba \\ A \rightarrow bB/\lambda \\ B \rightarrow ab/\lambda \end{cases}$$
 $L(G_1) = \{\lambda, bab, b, ba, abba\}$

$$G_2 \begin{cases} S \rightarrow ABb \\ A \rightarrow ab/\lambda \\ B \rightarrow bb/\lambda \end{cases}$$
 $L_{G_2} = \{b, abbbb, abb, bbb\}$

اگر دو ترسیم برای یک جمله وجود داشته باشد، آن جمله را نامرئی می‌گویند.

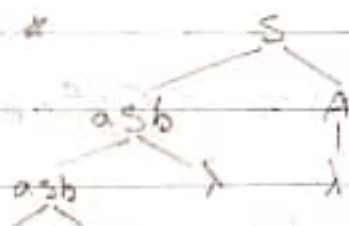
$$G_3 = \begin{cases} S \rightarrow as | A \\ A \rightarrow \lambda \end{cases}$$



$$L(G_3) = \{ \lambda, as, asas, asasas, \dots \} = a^*$$

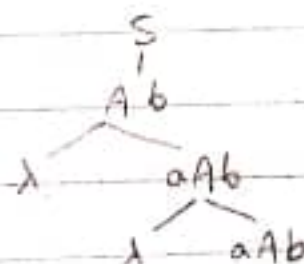
نکته: اگر تفسیری خودتان را پیدا کنید، ریشه‌ای که به شما داده شده را دوباره چک کنید.
 (یعنی اگر S در وسط $a^n b^n$ باشد، λ را قبول نمی‌کنیم.)

$$G_2 = \begin{cases} S \rightarrow asb | A \\ A \rightarrow \lambda \end{cases}$$



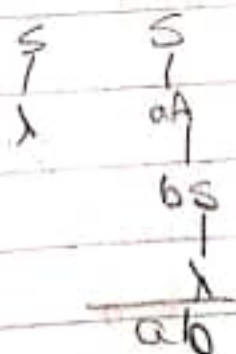
$$L(G_2) = \{ \lambda, asb, asabb, asabbbb, \dots \} = a^n b^n$$

$$G_4 = \begin{cases} S \rightarrow Ab \\ A \rightarrow aAb | \lambda \end{cases}$$



$$L(G_4) = \{ b, abbb, aabbbb, aaabbbbb, \dots \} = \{ (a^n b^{n+1}) \mid n \geq 0 \}$$

$$G_7 = \begin{cases} S \rightarrow aA \rightarrow aA | \lambda \\ A \rightarrow bS \\ S \rightarrow \lambda \end{cases}$$



$$L(G_7) = \{ ab \} \quad (ab)^*$$

6 91, V, IV

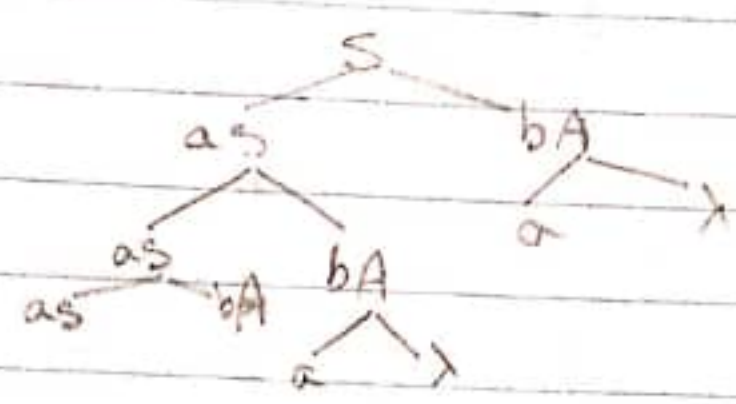
$$\begin{cases} S \rightarrow aA / ab \\ A \rightarrow bS \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} S \\ | \\ ab \\ \hline ab \end{array}$$

$$\begin{array}{c} S \\ | \\ aA \\ | \\ bS \\ | \\ ab \\ \hline abab \end{array}$$

? $(ab)^+$

$$\begin{cases} S \rightarrow as / bA \\ A \rightarrow a / \lambda \end{cases}$$



$$L(G) = \{ b, ba, ab, aba, aab, aaba, \dots \}$$

$$\{ a^*b + a^*ba \}$$

برای هر یک از زبان های گرامر مناسبی باید نوشت.

$$L_1 = \{ a^n : n \geq 0 \} \Rightarrow \{ \lambda, a, aa, aaa, \dots \}$$

$$G = \{ S \rightarrow as / \lambda \}$$

$$G = \begin{cases} S \rightarrow as / B \\ B \rightarrow \lambda \end{cases}$$

نکته: $\Rightarrow$ معادل هر گرامر فقط یک زبان وجود دارد.
 دلیلی برای هر زبان ممکن است چند گرامر باشد.

$$L = \{a^n b^n : n \geq 1\} \Rightarrow \{ab, aabb, \dots\}$$

$$\{S \rightarrow aSb \mid ab\}$$

$$L = \{a^* b^* : n \geq 0\}$$

$$G_1 = \{S \rightarrow aS \mid Sb \mid \lambda\}$$

$$G_1 \begin{cases} S \rightarrow AB \\ A \rightarrow aA \mid \lambda : a^* \\ B \rightarrow bB \mid \lambda : b^* \end{cases}$$

$$G_2 \begin{cases} S \rightarrow aSA \\ A \rightarrow bA \mid \lambda \end{cases}$$

$$L = \{a^n b^{n+r} : n \geq 1\} = \{abbb, aa\underline{b}bbb, aaabbbbb, \dots\}$$

$$G = \begin{cases} S \rightarrow A bb \\ A \rightarrow aAb \mid \lambda \end{cases}$$

$$L_1 = \{a^{rn} b^n : n \geq 0\} = \{\lambda, aab, aaabbb, aaaaaa bbb, \dots\}$$

$$G_1 = \{S \rightarrow aaSb \mid \lambda\}$$

~~$\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$~~

$\left. \begin{array}{l} \omega \text{ تعداد } a \text{ ها در } \omega \\ \omega \text{ تعداد } b \text{ ها در } \omega \end{array} \right\} \begin{array}{l} n_a(\omega) \\ n_b(\omega) \end{array}$ کلمه

$$L_2 = \{ \omega \in \{a, b\}^* \mid n_a(\omega) = n_b(\omega) \}$$

$$L_3 = \{ \omega \in \{a\}^* \mid |\omega| \bmod 3 = 1 \}$$

$$\{a, b\}^* = \{ \lambda, a, b, aa, bb, ab, ba, \dots \}$$

$$L_1 = \{ ab, ba, aabb, abab, abba, baab, baba, bbaa, \dots \}$$

$$G_1 = \begin{cases} S \rightarrow aAb / bAa \\ A \rightarrow S / \lambda \end{cases} \Rightarrow A \rightarrow aAb / bAa / AA / \lambda$$

$\overset{w_i}{abba} \Rightarrow S \rightarrow asb / bsa / abs / bas / \lambda$

$$L_0 = \{ a, aaaa, aaaaaa, \dots \}$$

$$\Rightarrow G_2 = \begin{cases} S \rightarrow Aa \\ A \rightarrow Aaaa / \lambda \end{cases}$$

$$G_3: S \rightarrow aaaS / a / aa$$